

# Министерство на образованието и науката

## 72. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, 12. февруари 2023 г.

### ТЕМА ЗА 7. КЛАС

**Задача 1.** а) Дадени са естествените числа  $a, b, c$  и  $d$ , за които е вярно равенството

$$b(c^2 - ad) + c(b^2 - ad) = 0.$$

Докажете, че произведението на числата  $a, b, c$  и  $d$  е квадрат на естествено число.

б) Разложете многочлена  $x^3(x^2 - 13)^2 - 144x$  на множители от първа степен.

**Задача 2.** От точка  $A$  по кръгова писта в една и съща посока тръгнали едновременно автомобил и мотоциклет, всеки с постоянна скорост. Автомобилът направил две обиколки без да спира. В момента, когато автомобилът настигнал мотоциклета, мотоциклетът сменил посоката си и увеличил скоростта си с 30 km/h. Двадесет минути след смяната на посоката, автомобилът и мотоциклетът пристигнали едновременно в точка  $A$ . Целият път, който е изминал мотоциклетът, е с 20 km по-малък от дължината на кръговата писта.

а) Намерете разликата на началните скорости на автомобила и мотоциклета.

б) Намерете пътя, който е изминал мотоциклетът.

в) Намерете началните скорости на автомобила и на мотоциклета.

**Задача 3.** Крал Артур събрал на кръгла маса 24 рицари. Всеки двама от тях са или приятели, или врагове. Всеки рицар враждува с точно 6 други рицари. Крал Артур иска да създаде бойни групи за защита на кралството, като във всяка група има по трима рицари.

*Интересни* наричаме тези бойни групи, в които или всеки двама рицари са приятели, или всеки двама рицари са врагове.

а) По колко различни начина крал Артур може да избере една бойна група?

б) Рицарят Ланселот направил списък на бойните групи, в които той участва с двама свои приятели или с двама свои врагове. Колко бойни групи има в списъка на Ланселот?

в) Намерете общия брой на интересните бойни групи.

Време за работа: 4 часа