

## Министерство на образованието и науката

### 72. Национална олимпиада по математика

Областен кръг, 12. февруари 2023 г.

#### ТЕМА ЗА 6. КЛАС

**Задача 1.** Зад буквите Л и А са скрити две различни цифри. Открийте ги, като решите ребуса

$$\left( \left( \left( 2023^{\text{ЛА}} \right)^{\text{Л}} \right)^{\text{А}} \right)^{\text{ЛА}} = 2023^{2023}.$$

Намерете цифрата на единиците на сбора

$$\text{ЛА}^0 + \text{Л}^1 + \text{А}^2 + \text{ЛА}^3 + \text{ЛА}^4 + \text{Л}^5 + \text{А}^6 + \text{ЛА}^7 + \text{ЛА}^8 + \text{Л}^9 + \text{А}^{10} + \dots + \text{ЛА}^{2023}.$$

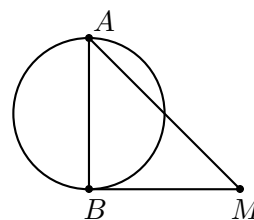
**Задача 2.** В равнобедрен триъгълник  $ABC$  ( $AC = BC$ ) височината  $CH$  разделя основата  $AB$  на две равни части ( $AH = BH$ ). Дадено е, че  $AB = 14$  cm, а  $CH = 24$  cm.

- Да се намери сборът на трите височини в триъгълника.
- Да се определи на какво разстояние от точката  $C$  се намират всички точки  $P$  от правата  $CH$ , за които

$$2 \cdot S_{APB} = S_{APC} + S_{BPC}.$$

**Задача 3.** В близост до училището на Антони и Вера има кръгова писта за бягане. Двамата отишли да бягат, като започнали и завършили тренировката едновременно. Всеки направил няколко пълни обиколки – Антони направил 10 обиколки, а Вера – по-малко от 10, но повече от 5 обиколки.

На чертежа са изобразени диаметърът  $AB$  на окръжността, ограждаща пистата, и училището  $M$ . Известно е, че отсечките  $AB$  и  $BM$  са перпендикулярни,  $AB = 105$  m и  $BM = 140$  m.



Антони стартирал от точка  $A$ , а Вера – от точка  $B$ . По време на бягането се случило така, че два пъти двамата се намирали едновременно в  $B$ , а един път (но не в началото и не в края на тренировката) пак едновременно Антони бил в  $A$ , а Вера – в  $B$ .

Антони бягал така, че изминавал 3 km за 16 min.

а) Намерете колко обиколки е направила Вера.

б) Намерете скоростта на Антони и скоростта на Вера в m/s.

в) Веднага след приключване на тренировката, всеки със своята скорост побягнал към училището. Кой по-бързо е пристигнал в  $M$ : Антони, който бягал по отсечката  $AM$ , или Вера, която е трябвало да пробяга отсечката  $BM$ ?

*Време за работа: 4 часа*